2

MARINI GHETALDI PATRICII RAGVSINI

NONNVLLÆ PROPOSITIONES DE PARABOLA.

Nunc primum inuentæ & in lucem editæ.

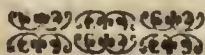




ROMAE,
Apud Aloysium Zannettum. MDCIII.

SVPERIORVM PERMISSV.

CHRISTOPHORO CLAVIO
Mathematico præstantissimo.



Marinus Ghetaldus S. P. D.

EN tandem quem ab inuito expressisti primus ingenij mei de parabola fœtus; tempestiuam dicam assecutum maturitatem? quid si immaturum, & intempestiue prolatum, aliena culpa non mea? prodit nunc è tenebris ad aliquam honoris lucem, nō ad plausum: stultus sim si ab imbecillitate mea hoc impetrem, quid si à te doctissime Claui? imbecillitatem igitur reprehendant alij, non studium: irruant in alienam laudem inuidi, efferantur inopinatæ prædæ certissima spe, illorum audaciam, vna tua contundet auctoritas; nec, dum lucem quæro, offendam temere, pedemq; cum dedecore sine spe laudis referam. conformaui, & effinxi laboriosissime: studiosissime complexus sum: foui diligentissime: vires, & incrementum industriæ debebunt meæ, lucem tuæ tum humanitati, tum beneuolentiæ. piæ fortasse cuiusdam impietatis specie recentem, & infirmum adhuc partum exponi nolebā inuidorum morsibus, & obtrectatorum calumnijs, cum interim paterer in tenebris illum, vel ad æternam obliuionem, vel ad interitum consenescere. reuocas è tenebris ad lucem, ad vitam ab interitu; vt qui non iniuria perniciosam nobis industriam obiecisset, lucem omnem, omnem vni tibi vitā debere se nunc fateretur. parum ergo tibi videbatur, si aditum ad tuā familiaritatem homini obscuro patefecisses, nisi eumdem ad sempiternam gloriā, ad nominis immortalitatem incitasses? Si aliorum idem quod tuum de me iudicium quid expauescam? tu mihi vnus instar omnium; si vni tibi probatos industriæ meæ fructus intellexero,

quid me beatius? effecisti iam vt non tam mihi sit ambigendũ de posteritatis memoria, quàm enitendum, vt de me cõcitatam apud te opinionem, apud ceteros tuear etiam, atque sustineam. Tenuitatis igitur meæ conscius te vnum laudis, & existimationis meæ patronum adoptaui, vt qui ab inuidorum morsibus, & calumnijs mihi timebam, nihil non expectarem ab honestissimo tuo patrocinio. Euocauit iam pridem è patria, quæ non solum apud Italos; verum apud remotissimas etiam nationes ingenij tui fama percrebuerat; quod passim in celeberrimis tuis monumentis admirabile ingenij tui acumen deprehenderam, quale illud coram, Deus immortalis? vestigium illa præstantissimi acuminis, ceterum præstantiora cohibere te, non vt opprimeres, sed ne illorum splendore aliorum tenuitatem perstringeres; in familiari congressu, quæ decora, quæ ornamenta? allicere puto voluisti maximarum rerum copia, & amplitudine, allexisti, & hoc nomine obseruantiæ in te meæ fructum consecutum me maximum velim scias, quod beneuolentię tuæ, quod humanitati debeo. Tuere perhumaniter, quem inusitato beneficio obligatum tibi voluisti: non vulgare patrocinium tantum ex ipsius sapientiæ accersitum domicilio; non humile, non infirmum ad quam laudem non muniet aditum? obseruantiam igitur in te meam rudis hic, & impolitus ingenij mei fœtus è Mathematicę disciplinæ latibulis erutus declarabit: idem luce patrocinij tui cohonestatus, beneuolentiam erga me tuam patefaciet: intelligent sapientes viri, quo in numero habendus tu sis, quid ego tibi debeam; dum tu alijs, quam tenes amplissimam, non inuides gloriam, dum ipse laudem illam, quam ex tanti viri patrocinio non mediocrem mihi polliceor, vni tibi acceptam refero. sic fiet, vt quem ego fructum ex obseruantia mea, tu ex optima tua voluntate cupiebas, vtriq; noua hac, sed singulari amoris testificatione consequamur vberrimum. Vale. Romæ ix. Kal. Aprilis MDCIII.

ERVDITO LECTORI.

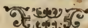


A vis est humani ingenij, Lector humanissime, vt quo plures, et maiores ei difficultates in præclarissimarum rerum indagatione præstruuntur, eo ardentius ad eas superandas incendatur & inflãmetur. Quod nuper a me experimento est comprobatum in indaganda ratione parabolici speculi fabricandi. Nam cum superioribus annis apud Plutarchum in Numa animaduertissem, in Græcia ignem quendam perennem, qui à mulieribus quibusdam per ætatem ad coniugium ineptis custodiebatur, si casu aliquo extinctus fuisset, non licuisse ex alio igne renouari, sed puram et sinceram flammam è solis radijs excitandam fuisse, eamq; ad rem illos quodam instrumento vsos (scapham appellabant) excauato in modum turbinis rectanguli, quo, si aduerso soli apponeretur, fieret, vt radij solares in circunferentiam vndiqs incidentes concurrerent omnes ad centrum, et quàm citissime appositam quamcumq, materiam inflammarent, quo loco Plutarchus significat talia specula ad parabolæ formã fuisse excauata, quæ ex turbinis seu coni recti rectanguli sectione generatur, & ex Orontio in præfatione libri de speculo vstorio didicissé, inter omnia specula quæ appellantur vstoria ea facilius, & celerius flammam excitare, quæ sic excauata sunt, vt in eorum superficiem radij solares incidentes ad vnum certum, & commune punctum refrangantur, in quo à Plutarcho non dissentit, nam id ei soli affirmat accidere speculo, quod in formã sectionis recti atque rectanguli coni, quæ parabola dicitur,

fuerit

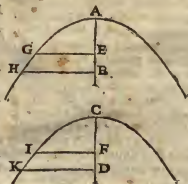
fuerit excauatum. idemq; ex Vitellione animaduertissem, qui ad construenda specula ignem celeriter generantia vtitur parabola coni recti rectanguli, cum de huiusmodi parabolæ generatione agit Propos. 98. lib. primi ad quam se refert in 39. prop. & sequentibus lib. 9. vbi de prædictis speculis multa cõmentatur. eo maius atque ardentius huiusmodi speculi construendi, desiderium in me est excitatum, quo maiorem animaduertebam difficultatem. Qua in re cum à me ea opera esset nauata, vt tandem aliquando anno superiori propositum sim assecutus, illud præterea commodi accidit, vt ex accurata consideratione repererim, id non solum ei accidere speculo, quod in formam parabolæ recti atque rectanguli, coni est excauatum, sed præterea his, quæ à parabola coni acutianguli, obtusianguli, & scaleni etiam fuerint descripta: contra communem omnium sententiam, qui de parabola hucvsque scripserunt, & quod mentis humanæ intelligentiam superare videtur inuenerim, cuiuscunq; coni parabolam eandem esse, quæ coni recti rectanguli. Quæ à me nuper inuenta, & demonstrata nisi protulissem in medium inuidere merito visus essem communi omnium vtilitati.

MARINI GHETALDI PATRICII RAGVSINI Propositiones de Parabola.



THEOREMA I. PROPOS. I.

SI sint duæ parabolæ, & ad diametrum vnius ordinatim applicentur quotcumque rectæ lineæ, totidem quoque ordinatim applicentur ad alterius parabolæ diametrum, ita vt segmenta diametri vnius, interiecta inter verticem, & applicatas, sint æqualia segmentis diametri alterius, inter verticem, & applicatas interiectis, singula videlicet singulis, sint autem & applicatæ applicatis æquales, singulæ, singulis, & anguli contenti applicatis, & diametro vnius, æquales angulis contentis applicatis, & diametro alterius. altera alteri parabolæ eadem erit.



SINT duæ parabolæ quarum diametri AB, CD, & ad AB, ordinatim applicentur quotcunq; rectæ lineæ GE, HB, totidem quoq; ad CD, ordinatim applicentur IF, KD, ita vt segmentis AE, AB, sint æqualia segmenta CF, CD, singula videlicet singulis, Sint autem & applicatæ, GE, HB, applicatis IF, KD, æquales singulæ singulis, & angulus AEG, æqualis angulo CFI. Dico parabolam AGH, parabolæ CIK, eandem esse. Punctũ enim A, posito in C, recta vero linea AB, in ipsa CD, punctum B, puncto D, congruet, quod AB, ipsi

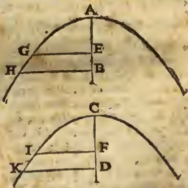
CD,

CD, sit æqualis;congruente autem AB, ipsi CD, congruet BH, ipsi DK, cum angulus ABH, sit æqualis angulo CDK, quare & H, congruet ipsi K, est enim BH, æqualis DK: eadem ratione ostendetur & punctum G, puncto I, congruere, & omnia puncta, quæ sunt in vna parabola omnibus, quæ sunt in altera: quare & parabola parabolæ congruet. congruente igitur parabola AGH, parabolæ CIK, altera alteri eadem erit, quod erat ostendendum.

THEOREMA II. PROPOS. II.

SI recta linea ordinatim applicata ad diametrum vnius parabolæ sit æqualis rectæ lineæ ordinatim applicatæ ad alterius parabolæ diametrum, sit autem & segmentum diametri vnius interiectum inter verticem, & applicatam, æquale segmento diametri alterius inter verticem, & applicatam interiecto, sitque angulus contentus applicata, & diametro vnius, æqualis angulo contento applicata, & diametro alterius, altera alteri parabolæ eadem erit.

SINT duæ parabolæ, quarum diametri AB, CD, & ad AB, ordinatim applicata HB, æqualis sit ipsi KD, ordinatim applicatæ ad CD, sit autem & segmentum AB, diametri æquale segmento CD, diametri, & angulus ABH, æqualis angulo CDK, Dico parabolam AH, parabolæ CK, eandem esse, sumatur enim in diametro AB, quoduis punctum E, & ipsi AE, æqualis ponatur CF, & ordinatim applicentur GE, IF, quoniam igitur æquales sunt AB, CD, & æquales quoque AE, CF, erit vt AB, ad CD, ita AE, ad CF, æqualis



20. 1. Apoll. videlicet ad æqualẽ, & permutãdo vt AB, ad AE, ita CD, ad CF, * sed vt AB, ad AE, ita est quadratũ HB, ad quadratũ GE, & * vt CD, ad CF,
20. 1. Apoll. ita quadratum KD, ad quadratum IF, ergo vt quadratum HB, ad quadratum GE, ita erit quadratum KD, ad quadratum IF, quare vt HB, ad GE, ita KD, ad IF, & permutando vt HB, ad KD, ita GE, ad IF,

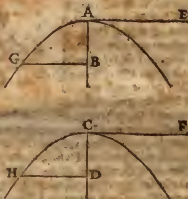
sunt

ſunt autem H*B*, KD, æquales, ergo & GE, IF, erunt quoque æquales: quare ex antecedente Theoremate parabola AH, parabolæ CK, eadem erit, quod erat oſtendendum.

THEOREMA III. PROP. III.

SI duæ parabolæ recta latera æqualia habeant, anguli autem, quos conſtituunt ordinatim applicatæ cum diametro vnius ſint æquales angulis, quos ordinatim applicatæ cum diametro alterius conſtituunt, altera alteri parabolæ eadem erit.

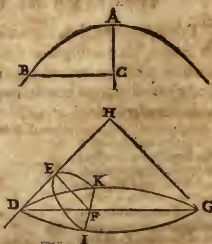
Habeant duæ parabolæ, quarum diametri A*B*, CD, latera recta AE, CF, æqualia, anguli autem quos conſtituunt ordinatim applicatæ cum diametro A*B*, ſint æquales angulis, quos ordinatim applicatæ cum diametro CD, conſtituunt. Dico parabolam A, parabolæ C, eãdem eſſe. Sumantur enim A*B*, CD, æquales, & ordinatim applicentur G*B*, H*B*, quoniam igitur æquales ſunt AE, CF, & æquales quoque A*B*, CD, rectãgulum BAE, æquale erit rectãgulo DCF, ſed * rectangulum *B*AE, æquale eſt quadrato G*B*, & rectangulum DCF, * æquale quadrato HD, ergo quadratum G*B*, æquale erit quadrato HD, quare & recta GB, æqualis rectæ H D, ſed & A *B*, æqualis eſt CD, & angulus A*B*G, æqualis angulo CDH, ergo ex antecedente Theoremate parabola A, parabolæ C, eadem erit, quod erat oſtendendum. 11. 1. Apoll.



THEOREMA IV. PROP. IV.

CViuſcunque coni parabola parabolæ coni recti rectanguli eadem eſt.

SIT cuiuscunque coni parabola AB, cuius diameter AC. Dico parabolam AB, parabolæ coni recti rectanguli eandem esse. Sumatur enim quoduis punctum B, in sectione, & ab eo ad AC, ordinatim applicetur BC, & sit primum angulus ACB, rectus, hoc est diameter AC, sit axis, & sumantur duæ rectæ lineæ DE, EF, æquales ipsi AC, & inclinentur ad angulos rectos, iunctaque DF, producatur, & fiat quadrato BC, æquale rectangulum DFG, & per G, ducta ipsi FE, parallela GH, secet DE, productam in H, erit igitur angulus ad H, æqualis angulo DEF, & ideo rectus, nam rectus est & ipse DEF, & quoniam æquales sunt DE EF, angulus ad D, æqualis erit angulo EFD, hoc est HGD, quare HD, æqualis erit HG. Itaque circa diametrum DG, describatur circulus DIG, rectus ad triangulum DHG, & intelligatur conus, cuius vertex punctum H, basis circulus DIG, erit, igitur is conus rectus rectangulus, quoniam DH, æqualis est HG, & angulus ad H, rectus. Deinde secetur conus per EF, plano secante circulum DIG, secundum rectam lineam IFK, perpendicularem ipsi DG, & faciat sectionem in superficie coni lineam IEK, ea *igitur sectio erit parabola: nam eius diameter EF, parallela est lateri HG, trianguli per axem.



11. 1. Apoll.

Et quoniam IF, perpendicularis est ad DG, diametrum circuli, rectangulum DFG, æquale erit quadrato IF, sed & quadratro BC, est æquale, ex constructione, ergo quadratum IF, æquale erit quadrato BC, & consequenter, recta IF, æqualis rectæ BC. Et quoniam triangulum DHG, rectum est ad circulum DIG, communi autem eorum sectioni DG, perpendicularis est IF, *erit IF, perpendicularis ad triangulum DHG, quare* & ad omnes rectas lineas, quæ ipsam IF, contingunt & in eodem sunt plano, ergo & ad EF.

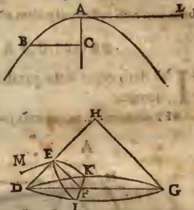
Def 4. 11. Ele. Def. 3. 11. Ele.

Itaque quoniam ordinatim applicata IF, æqualis est ordinatim applicatæ BC, & segmentum EF, diametri interiectum inter verticem & applicatam, æquale segmento AC, diametri inter verticem & applicatam

tam interiecto, est autem & angulus EFI, æqualis angulo ACB, vterque enim rectus est, erit ex Theorem. 2. parabola IEK, parabolæ BA, eadem.

Aliter existente angulo ACB, recto.

SIT parabola vt supra AB, cuius axis AC, latus vero rectum AL, ostendendum est parabolam AB, eandem esse parabolæ coni recti rectanguli. Exponatur enim conus rectus rectangulus, cuius vertex punctum H, basis circulus DIG, & secetur plano per axem, quod faciat sectionem triangulum HDG deinde sumatur HE, æqualis dimidiæ AL, ipsi vero HG, agatur parallela EF, & per ipsam EF, secetur conus plano secante circulum DIG, secundum rectam lineam IFK, perpendicularem ad DG, & faciat sectionem in superficie coni lineam IEK, ea igitur sectio, erit*parabola.

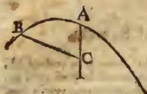


Deinde à puncto E, ipsi EF, ducatur ad rectos angulos EM, & fiat vt rectangulum DHG, hoc est vt quadratum DH, vel HG, (sunt enim æquales DH, HG,) ad quadratũ DG, ita recta HE, ad EM, erit*igitur EM, latus rectum parabolæ IEK. Et quoniam rectus est angulus H, quadratum DG, æquale erit quadratis DH, HG, sed quadrata DH, HG, sunt interse æqualia: ergo quadratum DG, duplum erit quadrati HG, vel HD, quare, & EM, dupla erit ipsius EH, est enim EH, ad EM, sicut quadratum HG, vel HD, ad quadratum DG. Sed & AL, dupla ponitur ipsius EH, ergo EM, erit æqualis ipsi AL. 11. 1. Apoll. 11. 1. Apoll.

Et quoniam triangulum DHG, rectum est ad circulum DIG, communi autem eorum sectioni DG, perpendicularis est IF, erit*IF, perpendicularis ad triangulum DHG, quare &* ad omnes rectas lineas, quæ ipsam IF, contingunt, & in eodem sunt plano. ergo & ad EF. Quoniam igitur AL, latus rectum parabolæ AB, æquale est ipsi EM, lateri recto parabolæ IEK, & angulus ACB, contentus applicata, & diametro æqualis angulo EFI, contento applicata, & diametro: vterq; enim est rectus, erit parabola AB, parabolæ IEK, eadem. Def. 4. 11. Ele. Def. 3. 11. Ele.

SED non sit rectus angulus ACB, hoc est diameter AC, non sit axis, inuento * autē axe, ordinatim ad ipsum applicatæ in angulo recto applicabuntur, quare eadem ratione qua supra siue priori, siue posteriori ostendetur parabolam cuius inuentus esset axis, hoc est parabolam AB, parabolæ coni recti rectanguli eandem esse. Cuiuscunque igitur coni parabola parabolæ coni recti rectanguli eadem est, quod erat ostendendum.

46. 2. Apoll.

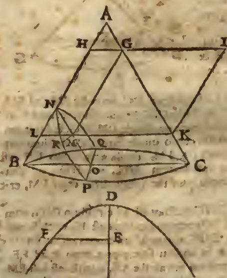


PROBLEMA I. PROP. V.

IN dato cono datæ parabolæ eandem parabolam inuenire.

SIT datus conus cuius vertex punctum A, basis BC, circulus, data autē parabola, cuius diameter DE, oportet in cono dato parabolam inuenire eandem parabolæ D, à quocunque puncto F, in sectione sumpto ad diametrum DE, ordinatim applicetur FE, & sit primum angulus DEF, rectus, hoc est diameter DE, sit axis. Secetur * conus plano per axē ad rectos angulos basi coni, & faciat sectionē triangulum ABC, in AC, autem sumatur AG, æqualis DE, & ipsi BC, parallela agatur GH, & producatur ad partes G, & fiat quadrato FE, æquale rectangulum HGI, ipsi autem AB, parallela agatur IK, & ipsi GH, vel BC, parallela KL, & in LK, sumatur LM, æqualis HG, & per M, ipsi AC, parallela agatur NMO, deinde secetur conus per NO, plano quod sit ad rectos angulos

14. 2. Sereni



los triangulo ABC, & faciat ſectionẽ in ſuperficie coni lineam PNQ. communis autem ſectio plani ſecantis, & circuli BC, ſit POQ. Quoniam igitur triangulum ABC, rectum eſt, & ad planum ſecans, & ad circulum BC, communis ipſorum ſectio PO, *ad triãgulum ABC, perpendicularis erit: quare & *ad omnes rectas lineas, quæ in triangulo ipſam contingunt, ergo ad vtranque ipſarum BC, NO. Quoniam igitur conus ſecatur plano ſecante baſim coni ſecundum rectam lineam PO, perpendicularem ad BC, baſim trianguli per axem, diameter autem ſectionis videlicet NO, parallela eſt ipſi AC, lateri trianguli per axem, erit *coni ſectio PNQ, parabola. 19. 11. Elem. Def. 3. 11. Ele. 11. 1. Apoll.

Rurſus quoniam BC, parallela eſt ipſi LK, ducta MR, parallela ipſi OP, planum quod tranſit per LK, RM, *æquidiſtans erit plano per BC OP, hoc eſt baſi coni, ideoque *planum per LK, RM, circulus erit, cuius diamenter LK. & quoniam RM, perpendicularis, eſt ad LK, quod & PO, ad BC, quadratum RM, æquale erit rectangulo LMK, hoc eſt HGI, eſt, enim HG, æqualis LM, ex conſtructione, & GI, æqualis MK, quia cum ſit parallelogrammum HIKL, erit HI, æqualis LK, ablatis æqualibus HG, LM, reliqua GI, æqualis erit reliquæ MK, ſed & quadratum FE, æquale eſt rectangulo HGI, ex conſtructione, ergo quadratum RM, æquale erit quadrato FE, & recta RM, æqualis rectæ FE. 15. 11. Elem. 4. 1. Apoll.

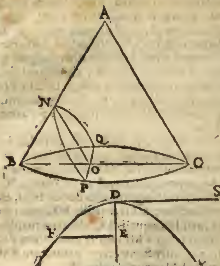
Et quoniam LM, parallela eſt ipſi HG, & æqualis, iuncta GM, erit parallela ipſi HL, ſed & NM, parallela eſt ipſi AG, ergo parallelogrammum erit ANMG: quare NM, æqualis AG, ſed AG, æqualis eſt DE, ex conſtructione, ergo & NM, ipſi DE, æqualis erit.

Et quoniam parallelæ ſunt PO, RM, erunt anguli NOP, NMR, æquales, ſed rectus eſt NOP, quod PO, perpendicularis eſt ad NO, ergo & NMR, rectus erit, & ideo angulo recto DEF, æqualis.

Itaque quoniam ordinatim applicata RM, æqualis eſt ordinatim applicatæ FE, & ſegmentum NM, diametri interiectum inter verticem & applicatam æquale ſegmento DE, diametri inter verticem, & applicatam interiecto, eſt autem, & angulus NMR, æqualis angulo DEF, erit ex Theor. 2. parabola PNQ, datæ parabolæ D, eadem.

A L I T E R.

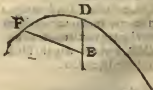
SIT datus conus, & parabola vt ſupra, & oporteat facere, quod imperatum eſt. Sumatur quodcumque punctum F, in ſectione, & ordinatim applicetur FE, & ſit primum angulus DEF, rectus, hoc eſt diameter DE, ſit axis, & ducatur ipſi DE, perpendicularis DS, & fiat quadrato FE, æquale rectangulum EDS, *erit igitur DS, recta iuxta quam poſſunt ordinatim applicatæ; ſeu latus rectum, deinde *ſecetur conus plano per axem, quod ſit ad rectos angulos baſi 11. 1. Apoll. 14. 2. Seren.



coni, & faciat sectionem triangulum ABC, & fiat vt quadratum BC, ad rectangulum BAC, ita recta linea DS, ad aliam rectam, cui æqualis ponatur AN, & ipsi AC, agatur parallela NO; per quam secetur conus plano ad rectos angulos triangulo ABC, & faciat sectionem in superficie coni lineam PNQ, communis autem sectio plani secantis, & circuli BPC, sit POQ eadem ratione qua supra ostendetur angulum NOP, esse rectum, & lineam PNQ, esse parabolam.

Et quoniam est, vt quadratum BC, ad rectangulum BAC, ita DS, 11. 1. ad AN, *erit parabolæ PNQ, latus rectum DS.

Apoll. Quoniam igitur latus rectum parabolæ PNQ, æquale est lateri recto parabolæ DF, atque angulus NOP, contentus applicata & diametro æqualis angulo DEF, contento applicata, & diametro, rectus est 1. huius enim vterque, *erit parabola PNQ, parabolæ DF, eadem.



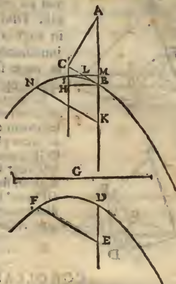
46. 1. Apoll. Sed non sit rectus angulus DEF, hoc est diameter DE, non sit axis: inuento *autem axe, eadem ratione, qua supra, in dato cono datæ parabolæ eandem parabolam inueniemus. In dato igitur cono, datæ parabolæ, eadem parabola inuenta est, quod erat faciendum.

Sed existente angulo DEF, obliquo, aliter quoque in dato cono datæ parabolæ eandem parabolam inueniemus hac ratione.

FIAT quadrato EF, æquale rectangulum sub DE, & alia recta li-
11. 1. nea, quæ sit G, diametro igitur existente DE, *erit G, latus rectum. an-
Apoll. gulo autem DEF, æqualis angulus ABC, constituatur, & sumatur AB,

æqua-

æqualis dimidiæ G, ipsique BC, ducatur ad rectos angulos AC, & agatur ipsi AB, parallela CH, cui perpendicularis ducatur BH, & CH, bifariam secetur in I, deinde intelligatur parabola, cuius vertex punctum I, axis vero IH, & ad axē ordinatim applicata HB, cui parabolæ eadem parabola inueniatur in dato cono, quod quomodo fieri oporteat iam dictum est. inuenta parabola sit IB. quoniam igitur CI, IH, sunt æquales, recta CB, *cō-tinget sectionem in B, & AB, diameter *erit sectionis, quia parallela est ipsi CH. à sectione autem ad AB, ducatur NK, parallela ipsi CB, contingenti, erit * igitur NK, ad diametrum AB, ordinatim applicata, & angulus AKN, æqualis erit angulo ABC, hoc est DEF. 33. 1. Apoll. 46. 1. Apoll.



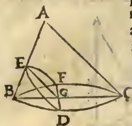
Rursus ducatur ad AB, perpendicularis ILM, duo igitur triangula ACB, LMB, æquiangula erunt; nam anguli ACB, LMB, sunt æquales, rectus enim est vterque, & angulus, qui ad B, est communis, ergo, vt BL, ad BM, ita erit BA, ad BC, & ita BA, dupla ad duplam BC, est enim eadem ratio dupli ad duplum, quæ simpli ad simplum: quare existente diametro AB, erit* latus rectum dupla ipsius BA; sed dupla ipsius BA æqualis est ipsi G, lateri recto parabolæ, cuius diameter DE, ex constructione; ergo existente diametro AB, latus rectum æquale erit lateri recto parabolæ D. 49. 1. Apoll.

Itaque quoniam latus rectum parabolæ, cuius diameter AB, æquale est lateri recto parabolæ D, & angulus BKN, contentus applicata, & diametro æqualis angulo DEF, contento applicata, & diametro, erit parabola, *cuius diameter AB, eadem parabolæ D. in dato igitur cono huius datæ parabolæ, inuenta est eadem parabola, quod erat faciendum.

De ratione, qua inueniuntur hyperbolæ, & Ellipses datis eædem, alibi tractabimus.

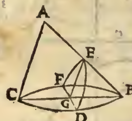
COROLLARIVM I.

EX demonstratis colligitur coni scaleni parabolam, in qua ordinatim applicatę in angulo obliquo applicantur, esse por-



portionem parabolę coni recti abſciſſam non ad rectos angulos ipſius parabolę axi. Dixi in qua ordinatim applicatæ in angulo obliquo applicantur, quia inueniuntur etiam infinitæ parabolæ in cono ſcaleno, in quibus ordinatim applicatę in angulo recto applicantur.

14. 2. Seren. Secetur* enim conus ABC, ſcalenus plano per axem ad rectos angulos baſi BC, & faciat ſectionem triangulum ABC, ſecetur autem, & altero plano ſecundum rectas lineas EG, DGF, quarum EG, æquidiſtet lateri AC, ipſa vero DGF, ſit perpendicularis ad BC, & faciat ſectionem in ſuperficie coni lineam DEF, ea * igitur linea erit parabola, ad cuius diametrum EG, ordinatim applicatæ in angulo recto* applicabuntur.



11. 1. Apoll. 7. 1. Apoll.

COROLLARIVM II.

Colligitur etiam omnes parabolas ad conſtruenda comburentia ſpecula eſſe idoneas.

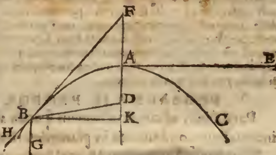
Demonſtratum enim eſt ab Orontio & à Vitellione parabolas coni recti rectanguli ad conſtructionem ſpeculorum comburentium eſſe idoneas, ſed parabola cuiuſcunque coni eadem eſt, quæ coni recti rectanguli, vt prop. 4. demonſtrauimus, ergo omnes parabolæ ad conſtruenda comburentia ſpecula ſunt idoneæ.

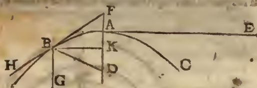
SEd & illud quod Orontius, & Vitellio de ſola coni recti, atque rectanguli parabola demonſtrarunt, hoc eſt ſolares radios in ſpeculum iuxta coni recti, atque rectanguli parabolam excauatum incidentes, ita vt axi æquidiſtent, ad vnum communem punctum reflectere: nos deletis multis, paucis mutatis, breuiter, & expedite ſequenti Theoremate de omni parabola demonſtrabimus.

THEOREMA V. PROPOS. VI.

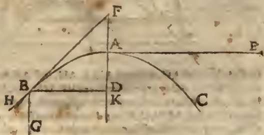
OMnes radij solares in speculum concauum à quacunque parabola circa manentem axem circumducta descriptum, incidentes ita vt axi æquidistent, reflectuntur ad vnum idemque axis punctum, quod scilicet à vertice speculi distat interuallo quartæ partis lateris recti parabolæ ipsum speculum describentis.

Sit cuiuscumque coni parabola ABC, cuius axis AD, recta vero iuxta, quam possunt ordinatim applicatæ, seu latus rectum AE, & sumatur AD, ita vt eius quadrupla sit AE, & à quouis puncto B, in sectione ducatur BG, æquidistans ipsi AD, & recta HBF, contingat sectionem in B, & iungatur BD, ostendendum est primum angulos HBG, DBF, esse æquales. Applicetur enim ad AD, ordinatim BK, quoniam igitur BF, contingit sectionem in B, *erit FA, æqualis AK, & ex propos. 8. 2. Elemen. quadruplum rectanguli DAK, (hoc est rectangulũ EAK, est enim EA, quadrupla ipsius AD,) vnà cũ





35. 1. Apoll.



qua-

quadrato KD, æquale erit quadrato compoſitæ ex DA, AK, hoc eſt qua-
11. 1. drato FD, ſed rectangulum EAK, (cui * æquatur quadratum BK,) vnà cũ
Apol. quadrato KD, * æqualia ſunt quadrato BD, ergo quadratum BD, qua-
47. 1. drato FD, erit æquale, quare & recta BD, rectæ FD, & angulus DBF,
Elem. angulo DFB, ſed angulus DFB, æqualis eſt angulo HBG, ratione æqui diſtantium BG, FD, ergo angulus HBG, æqualis erit angulo DBF, quod erat demonſtrandum.

At vero ſi parabola ABC, fuerit coni ſcaleni, & AD, non ſit axis, ſed diameter. inuento axe, & latere recto, & poſitis quæ ſupra, eadem ratione, qua ante demonſtrabitur prædicta angulorum æqualitas.

Hoc igitur demonſtrato patet omnes radios ſolares in ſpeculum iuxta quamuis parabolam excauatũ, incidentes, ita vt æquidiſtẽt axi ſpeculi, reflectere ad vnum idemq; axis punctum, quod ſcilicet à vertice diſtat interuallo quartæ partis lateris recti parabolæ ipſum ſpeculum deſcribentis, quoniam reflexio radiorum à quocumque in ſuperficie ſpeculi puncto fit ſecundum æqualitatem angulorum, quos continent radius incidens, & reflexus cum linea contingente ſuperficiem ſpeculi in illo puncto à quo fit reflexio.

PROBLEMA II. PROPOS. VII.

Parabolam ad conſtructionem ſpeculi ad propoſitum interuallum comburentis in plano deſcribere.

Eſtò propoſitum interuallum AB, quod producatur ad partes A, & ſi res poſtulauerit, producatur etiam ad partes B, & ſupra punctum A, ſumãtur quót cunq; puncta C, D, E, quo autem plura, & propinquiora, eo accuratius parabola deſcribetur. totidẽ puncta F, G, H, ſumantur infra A, ita vt ſint æquales AF, ipſi AC, AG, ipſi AD, & AH, ipſi AE, & per puncta F, G, H, ducantur ipſi AB, perpendiculares KL, MN, OP, & centro B, interuallis BC, BD, BE, deſcribantur circuli, qui ſecent ipſas perpendiculares in punctis K, L, M, N, O, P, per quæ ducatur linea æquabiliter progrediens, neque efficiẽs gibbum, aut angulum alicubi, qualis eſt linea inflexa, OMKALNP, dico ipſam lineam eſſe parabolam, quæ ſi ſuperficiem

ciem ſpeculi concauam deſcribat, omnes radij ſolares in ipſum ſpeculũ incidentes æquidiſtanter ipſius axi reflectentur in B, ponatur enim AQ, quadrupla ipſius AB, & iungatur KB, quoniam igitur ſunt æquales BC, BK, vt ſemidiametri, erunt & earum quadrata æqualia, ſed quadratum KB, æquale eſt quadratis KF, FB, & quadratum CB,* æquale quadruplo rectanguli BAF, vna cum quadrato FB, commune auferatur quadratum F B, reliquum igitur reliquo erit æquale: hoc eſt quadratum KF, quadruplo rectanguli BAF, ſed quoniam AQ, quadrupla eſt ipſius AB, rectangulum Q A F, erit æquale quadruplo rectanguli BAF, ergo quadratum KF, æquabitur rectangulo QAF, quare per punctum K, tranſibit parabola, cuius vertex A, axis vero AB, & rectum latus AQ. eadem ratione oſtendemus ipſam parabolam tranſire per reliqua puncta O, M, L, N, P. 8. 2. Elem.

Si igitur ſuperficies ſpeculi concaua à prædicta parabola deſcribatur circa manentem axem AB, circũducta, radij ſolares in ipſum ſpeculum incidentes axi æquidiſtanter reflectentur in *B*, id autem demonſtrauimus in antecedenti Theoremate, quoniam ipſius AB, quadruplũ eſt latus rectum AQ, parabolæ ipſum ſpeculum deſcribentis. Deſcripta igitur eſt parabola in plano ad conſtructionem ſpeculi ad propoſitum interuallum AB, comburentis, quod facere oportebat.

ALITER.

Eſtò propoſitum interuallum, vt ſupra A B, quod producatur ad vtraſque partes ſi opus fuerit, & in eo ſumantur duo puncta C, D, æque diſtantia ab ipſo A, & per D, ducatur ipſi AB, ad rectos angulos EDF, & centro B, interuallo BC, deſcribatur circulus ſecans rectam EDF, in punctis E, F, & iungatur AF, & in DF, ſumantur quotcunque puncta G, H, I, quo plura, eo accuratius parabola deſcribetur, & ipſi AD, parallelæ agantur GK, HL, IM, & à puncto E, ducatur E T; vtcumque faciens angulum TED, in qua ſumantur EP, EQ, EO, æquales ipſis IM, HL, GK, prima primæ, ſecunda ſecundæ, & ſic deinceps, & iungantur PD, QD, OD, quibus parallelæ agantur, videlicet IR, ipſi DP, HG, ipſi DQ, & GT, ipſi DO, & producantur GK, H L, I M, ita vt ſint æquales GV, ipſi ET, HX, ipſi EG, & IY, ipſi ER, deinde ſumantur in ED, tot puncta, quot ſunt in DF, ita vt diſtent à puncto D, eo interuallo quo diſtant ipſa puncta G, H, I, & per ea ducantur parallelæ ipſi AB, ipſis vero GV, HX, IY, æquales, prima ſcilicet primæ, ſecunda ſecundæ, & ſic deinceps, & per puncta F, Y, X, V, A, & per ea quæ ſunt ex altera parte ducatur linea æquabiliter progrediens, qualis eſt linea inflexa FYXVAE, dico ipſam lineam eſſe parabolam, à qua ſi deſcribatur concaua ſpeculi ſuperficies, omnes radij ſolares in ipſum ſpeculum incidentes ita vt axi AB, æquidiſtent, reflectentur in B, ponatur enim AZ, quadrupla ipſius AB, & iungatur L*B*, oſtendetur eadem ratione qua ſupra in

priori

priori deſcriptione parabolæ quadratum ED,vel DF,æquari rectangulo ZAD,quare per puncta E, F, tranſibit parabola cuius vertex A, axis vero AB,& latus rectum AZ,& punctum reflexionis radiorum ſolarium erit idem,quod B,quoniam ipſum punctum B, diſtat ab A, interuallo quartæ partis lateris recti ZA.

Et quoniam parallelæ ſunt PD, RI, erit vt ED,ad DI,ita EP, hoc eſt IM,ad PR,hoc eſt ad MY,ergo ex demonſtratis ab Archimede prop.4. lib. de quadratura parabolæ, parabola tranſiens per puncta E, A,F, tranſibit & per punctum Y.

Simili ratione oſtendemus ipſam parabolam tranſire etiam per reliqua puncta X,V, & per ea quæ ſunt ex altera parte axis AB, deſcripta igitur eſt parabola FYXVAE, in plano ad conſtructionem ſpeculi ad propoſitum interuallum AB, comburentis, quod facere oportebat.